



Universidad Simón Bolívar  
Departamento de Matemáticas  
Puras y Aplicadas  
Septiembre-Diciembre 2013

Duración: 1 hora 50 minutos

### 3er. Parcial de Matemáticas I (40%)

1. [Total: 12 puntos] Sea  $f$  la función definida por

$$f(x) = \frac{4x - 12}{(x - 2)^2}.$$

Entonces se tiene que

$$f'(x) = \frac{-4(x - 4)}{(x - 2)^3} \quad \text{y} \quad f''(x) = \frac{8x - 40}{(x - 2)^4}.$$

- (a) [2 puntos] Determine el dominio de  $f$  y los puntos en los que  $f$  es derivable.
  - (b) [2 puntos] Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f$ .
  - (c) [2 puntos] Encuentre los valores extremos, tanto locales (relativos) como globales (absolutos), de  $f$ .
  - (d) [2 puntos] Halle los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión de  $f$ .
  - (e) [2 puntos] Halle las asíntotas horizontales, verticales y oblicuas de la gráfica de  $f$ .
  - (f) [2 puntos] Haga un bosquejo de la gráfica de  $f$  y determine su rango (imagen).
2. [Total: 10 puntos]
- (a) [5 puntos] Sea  $f : [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \sqrt{7 + 4 \sin^2(x)}$ . Halle  $(f^{-1})'(3)$  sabiendo que el punto  $(\pi/4, 3)$  pertenece al gráfico de  $f$ .
  - (b) [5 puntos] Halle la(s) ecuación(es) de la(s) recta(s) tangente(s) a la circunferencia de ecuación  $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 17$  en los puntos que tienen abscisa  $x = 2$ .
3. [8 puntos] Halle las dimensiones del rectángulo de mayor área que tiene diagonal de longitud 2.
4. [Total: 10 puntos] Sea  $f$  la función real definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^{7/3} & \text{si } x < 0 \\ 1 - \cos(x) & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

- (a) [3 puntos] Calcule  $f'(0)$ .
- (b) [3 puntos] Halle la (función) derivada de  $f$ .
- (c) [4 puntos] Calcule  $f''(0)$ .

**¡Justifique todas sus respuestas!**